

Zobrazení čísel v počítači

Jako celek se v počítači zpracovává číslo o určitém počtu bitů – *slovo počítače* (dále budeme uvažovat slovo o délce osmi bitů).

Zobrazení celých čísel bez znaménka:

Všechny bity celku určují velikost čísla. V osmi bitech (bajt) můžeme zobrazit číslo 0 až 255 (max. číslo je $2^8 - 1$).

(obecně v n bitovém čísle je maximum $2^n - 1$)

Zobrazení celých čísel se znaménkem (kladná a záporná čísla):

Bity 0 až 6 určují absolutní hodnotu čísla, bit 7 (nejvyšší) určuje znaménko:

0 - kladná čísla

1 - záporná čísla

Doplňkový kód: - kladná čísla se zobrazují v přímém kódu (bit 7 je 0, bity 0 až 6 určují přímo hodnotu čísla)

- záporná čísla se zobrazují v dvojkovém doplňku

0000 1100B +12

1111 0100B - 12

jedničkový doplněk (inverze):

1111 0011

dvojkový doplněk (jedničkový doplněk + 1):

1111 0011

 1

1111 0100 zobrazení čísla -12

Rozsah zobrazení:

0111 1111 +127

0111 1110 +126

:

0000 0001 + 1

0000 0000 0

1111 1111 - 1

:

1000 0001 - 127

1000 0000 - 128

Obecně: -2^{n-1} až $+(2^{n-1} - 1)$

Výhoda zobrazení v doplňkovém kódu: odčítání se snadno převede na sčítání (sčítání a odčítání se může uskutečnit v jediném obvodu, tj. binární sčítačce):

$$A - B = A + (-B) \quad \dots \text{vytvoří se doplněk k odečítanému číslu a ten se přičte}$$

Aritmetické operace (provedení aritmetického součtu a rozdílu v počítači)

Aritmetické operace se provádějí se dvěma operandy, z nichž jeden je zpravidla připraven v registru, který se nazývá *akumulátor*. Výsledek se uloží opět do akumulátoru:

$$(A) + k \rightarrow A$$

$$(A) + (R) \rightarrow A$$

$$(A) + (M) \rightarrow A$$

A - akumulátor (střadač)

k - osmibitová konstanta, je součástí instrukce

R - univerzální registr

M - místo v paměti

Odkaz na paměťové místo je uskutečněn jeho adresou. *Adresování* může být *přímé*, kdy adresa je součástí instrukce, nebo *nepřímé*, adresa je pak uložena v určitém registru.

Operace kromě výsledku v akumulátoru ovlivní také tzv. **příznaky** (příznakové bity nalezneme v příznakovém registru označeném F, příp. PSW aj.).

Nejdůležitější příznaky:

CY příznak přenosu (carry)

CY = 1, vznikl-li přenos z nejvyššího bitu (bitu 7), jinak CY = 0

Z příznak nuly (zero)

Z = 1, je-li výsledek operace nulový, jinak Z = 0

S příznak znaménka (sign)

S = 1, je-li výsledek operace záporný, jinak S = 0 (do příznaku S se kopíruje nejvyšší bit akumulátoru, tj. znaménkový bit)

OV příznak aritmetického přeplnění (overflow)

OV = 1, nevešel-li se výsledek do rozsahu určeného pro čísla se znaménkem (-128 až +127 pro 8 bitů), jinak OV = 0

platí: OV = 1 právě tehdy, liší-li se přenos **do** a z nejvyššího bitu (OV je dán nonekvivalencí obou přenosů)

Aritmetický součet (instrukce ADD)

1 0 1 1 0 1 1 0	182	-74	CY = 0
<u>0 1 0 0 1 0 0 1</u>	<u>73</u>	<u>73</u>	Z = 0
1 1 1 1 1 1 1 1	255	- 1	S = 1
↓	bez znaménka	se znaménkem	OV = 0
↓	(správně)	(správně)	
S			

$P_7 P_6$	1 0 1 1 0 1 1 0	182	-74	CY = 1
	<u>0 1 0 0 1 0 1 1</u>	<u>75</u>	<u>75</u>	Z = 0
	1 0 0 0 0 0 0 0 1	1	1	S = 0
	↓ ↓	bez znaménka	se znaménkem	OV = 0
	↓ ↓	(chybně v 8 bitech)	(správně)	
CY S				

$P_7 P_6$	1 0 1 1 0 1 1 0	182	-74	CY = 1
	<u>1 1 0 0 1 0 0 1</u>	<u>201</u>	<u>-55</u>	Z = 0
	1 0 1 1 1 1 1 1 1	127	127	S = 0
	↓ ↓	bez znaménka	se znaménkem	OV = 1
	↓ ↓	(chybně)	(chybně)	(-74 - 55 = -129
				překročeno -128)
CY S				

Otázka: Vysvětlete, v jakých případech je výsledek operace chybný. Navrhněte způsob opravy výsledku.

Úkol: Mikroprocesor sčítá dvě kladná čísla: 01111011B a 00000101B. Vysvětlete, proč obsah akumulátoru neudává správný výsledek s ohledem na znaménko. Navrhněte způsob řešení tohoto nedostatku.

$P_7 P_6$	0 1 1 1 1 0 1 1	123	123	CY = 0
	<u>0 0 0 0 0 1 0 1</u>	<u>5</u>	<u>5</u>	Z = 0
	1 0 0 0 0 0 0 0	128	-128	S = 1
	↓	bez znaménka	se znaménkem	OV = 1
	↓	(správně)	(chybně)	(123 + 5 = 128
				překročeno 127)
S				

Oprava výsledku - rozšíření výsledku na 16 bitů:

0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 správný výsledek +128

↓

znaménkový bit

Shrnutí:

- Dojde-li při sčítání čísel bez znaménka k přenosu z nejvyššího bitu (CY = 1), tj. k překročení čísla 255, je výsledek operace v osmi bitech chybný. Správný výsledek dostaneme, rozšíříme-li jej na 16 bitů: při CY = 1 je vyšší bajt 01H, při CY = 0 je vyšší bajt 00H.
- Dojde-li při sčítání čísel se znaménkem k aritmetickému přepnutí (OV = 1), je výsledek operace v osmi bitech chybný. Správný výsledek získáme jeho rozšířením na 16 bitů (znaménkovým bitem bude bit číslo 15):
při kladném výsledku (CY=0) je vyšší bajt 00H,
při záporném výsledku (CY=1) je vyšší bajt FFH.

Rozdíl (instrukce SUB)

Odečítaná hodnota se nejprve převede na dvojkový doplněk a ten se přičte k akumulátoru (odečítání se převede na sčítání vytvořením dvojkového doplňku k odečítanému číslu a jeho přičtením: $A - B = A + (-B)$).

$$\begin{array}{r}
 6 \dots\dots 00000110 \\
 -4 \dots\dots -00000100 \\
 \hline
 \end{array}
 \xrightarrow{\text{převod na dvojkový doplněk}}
 \begin{array}{r}
 11111011 \\
 \underline{1} \\
 11111100
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \xrightarrow{\text{P}_7 \text{ P}_6} \\
 \begin{array}{r}
 00000110 \\
 \underline{11111100} \\
 10000010 \dots 2 \text{ (správný výsledek)}
 \end{array} \\
 \downarrow \\
 \text{CY} = 1 \\
 \\
 \text{S} = 0 \quad \text{Z} = 0 \quad \text{OV} = 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 4 \dots\dots 00000100 \\
 -6 \dots\dots -00000110 \\
 \hline
 \end{array}
 \xrightarrow{\text{převod na dvojkový doplněk}}
 \begin{array}{r}
 11111001 \\
 \underline{1} \\
 11111010
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \xrightarrow{\text{P}_7 \text{ P}_6} \\
 \begin{array}{r}
 00000100 \\
 \underline{11111010} \\
 11111110 \dots \text{dvojkový doplněk čísla 2} \\
 \text{(zobrazuje číslo -2, správný výsledek)}
 \end{array} \\
 \downarrow \\
 \text{S} = 1 \Rightarrow \text{záporné číslo} \\
 \\
 \text{CY} = 0 \quad \text{Z} = 0 \quad \text{OV} = 0
 \end{array}$$

Ani v jednom z uvedených případů nedošlo k aritmetickému přeplnění ($\text{OV} = 0$), proto byl výsledek v osmi bitech správný. Při různých znaménkách operandů však může aritmetické přeplnění nastat i při odečítání.

Zajímavé je ovlivnění příznaku CY. V prvním příkladu jsme odečítali menší číslo od většího, výsledek byl kladný a $\text{CY} = 1$. V druhém příkladu tomu bylo naopak a $\text{CY} = 0$. Můžeme tedy rozdíl dvou čísel a následné testování CY použít k jejich porovnání.

Poznámka: U většiny mikroprocesorů ALU po skončení výpočtu rozdílu neguje příznak CY. Ten má potom význam zápůjčky.

BCD kód, dekadická aritmetika

Sčítání čísel v kódu BCD:

Aritmetická jednotka sečte čísla zadaná v kódu BCD jako dvojková čísla. Úprava výsledku na desítkový tvar se provede instrukcí DAA.

Instrukce DAA používá ke své činnosti příznak AC:

AC – pomocný přenos (auxiliary carry)

AC = 1 došlo-li k přenosu z nižší čtveřice bitů (NT) do vyšší (VT), jinak AC = 0

Funkce instrukce DAA:

- je-li (NT)>9 nebo AC=1, pak (NT)+6 → NT
- je-li (VT)>9 nebo CY=1, pak (VT)+6 → VT

38	0011 1000	(NT)<9, ale AC=1:	(VT)=9, CY=0
59	<u>0101 1001</u>	(NT) = 0001	obsah VT zůstane
97	1001 000191H	<u>6 = 0110</u>	zachován
		(NT) = 0111 = 7	(VT) = 1001 = 9

Výsledek v BCD kódu: 1001 0111 = 97

Otázky a úkoly:

1. Převeďte dvojkové číslo 11010101 na šestnáctkové.
2. Převeďte šestnáctkové číslo 8E na dvojkové.
3. Převeďte dvojkové číslo 10100110 na desítkové.
4. Převeďte desítkové číslo 63 na dvojkové. Zpětným převodem zkontrolujte výsledek.
5. Převeďte desítkové číslo 238 na šestnáctkové. Zpětným převodem zkontrolujte výsledek.
6. Sečtěte šestnáctková čísla FF a 01.
7. Sečtěte šestnáctková čísla 3EF a 048.
8. Jaké dekadické číslo se znaménkem je zobrazeno kombinací 10011101?
9. Kombinací 10000101 mohou být zobrazeno dekadické číslo bez znaménka, se znaménkem nebo BCD číslo. Uveďte, o která čísla jde.
10. Při sčítání může procesor k obsahu akumulátoru přičíst celkem tři druhy operandů. Uveďte které.
11. Kdy dojde k nastavení příznaku CY, Z, S, OV?
12. Procesor sčítá čísla 255 a 1. Jaké budou po operaci hodnoty příznaků CY, Z a S? Bude výsledek operace správný?
13. Procesor sčítá čísla 127 a 1. Jaké budou po operaci hodnoty příznaků OV a S? Bude výsledek operace správný?
14. Procesor sčítá čísla -128 a -1. Jaké budou po operaci hodnoty příznaků OV a S? Bude výsledek operace správný?
15. Při odečítání dvou čísel se znaménkem byl výsledek 11111110. Jaké dekadické číslo je touto kombinací zobrazeno?
16. Při odečtení čísla 28 od čísla 21 byl výsledek 11111001. Jde o správný výsledek?
17. Kdy dojde k nastavení příznaku AC?
18. K čemu slouží příznak AC?
19. Jak pracuje instrukce DAA?
20. Vyjádřete číslo 64 v BCD kódu.